ковой памяти, которая используется для передачи значений переменных в рекурсивном вызове процедур правил.

Сохранение для последующего использования сгенерированных программой фактов требует привлечения дополнительных ресурсов памяти, но позволяет сократить время рекурсивного вычисления. Анализ апробированных на практике примеров решения с генерацией состояний и базы знаний, позволяет говорить об эффективности данного подхода за счет сокращения времени рекурсивного вычисления (сокращается вложенность рекурсии), а также сокращения памяти стека необходимого для работы программы.

Генерация фактов для вычислительного процесса демонстрирует подход построения решения, хотя решение вычислительных задач не является основной областью применения логических языков. Добавлять в базу знаний можно построенные на ходу факты, решая другие задачи, поиск решения которых можно задекларировать логическим языком.

Библиографический список

1. Цуканова Н.И., Дмитриева Т.А. Логическое программирование на языке Visual Prolog. – Горячая Линия – Телеком, 2008. – 144 с.

2. Половикова О.Н. Формализация процесса построения решения с использованием списков для класса логических задач в программах на языке Пролог // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1/1 (69). – С. 117–120.

УДК 681.3.08+519.2

Программные и комбинаторные методы анализа случайных изображений

А.Л. Резник, А.А. Соловьев, А.В. Торгов
ИАиЭ СО РАН, Россия, г. Новосибирск

Введение. Для решения многих задач распознавания образов и анализа изображений требуется знание априорной вероятности того, что в процессе генерации случайного поля, формируемого малоразмерными (в идеале – точечными) сигнальными источниками, не будет образовано ни одного локального сгущения. Под локальным сгущением в данном случае понимается компактный фрагмент поля, который имеет ограниченный размер и содержит количество сигнальных объектов, превосходящее некое наперед заданное пороговое значение. В работах [1, 2] показано, как двумерная задача, связанная с отысканием вероятности безошибочной регистрации координат малоразмерных объектов, формирующих случайное пуассоновское изображение, может быть редуцирована к следующей весьма простой по постановке одномерной задаче (которая на сегодняшний день не имеет общего аналитического решения):

«Какова вероятность $P_{n,k}(\varepsilon)$ события, состоящего в том, что при случайном бросании n точек на интервал (0,1) не будет образовано ни одной ε-группировки, содержащей более k точек ?»

Ответ на этот вопрос необходимо знать в тех случаях, когда требуется обеспечить заданную надежность регистрации случайного поля, которая в свою очередь зависит от размеров сканирующей апертуры, количества ее пороговых уровней и мощности сигнального источника-генератора. Особенностью работы является то, что продвижение в решении представленной задачи проводилось поэтапно с использованием нестандартных программно-аналитических и комбинаторно-дискретных методов.

Постановка задачи. Существующие способы решения проблем, связанных со случайным разбиением интервала [3, 4] – а именно к ним относится поставленная во введении задача-вопрос, – не позволяют найти замкнутые аналитические формулы, по которым вычисляются вероятности $P_{n,k}(\varepsilon)$ при произвольных целочисленных значениях n и k. На сегодняшний день общее аналитическое соотношение, описывающее вероятность $P_{n,k}(\varepsilon)$, известно лишь для случая k=1 [5]:

$$P_{n,1}(\varepsilon)=(1-(n-1)\varepsilon)^n, \quad (0\le\varepsilon\le 1/(n-1)). \tag{1}$$

Вообще говоря, при k=1 формула (1) рассчитывается относительно просто. Например, в [5] эта вероятность получена как результат интегрирования многомерного повторного интеграла:

$$P_{n,1}(\varepsilon)=n!\int\limits_{(n-1)\varepsilon}^{1} dx_n\left\{\int\limits_{(n-2)\varepsilon}^{x_n-\varepsilon} dx_{n-1}\cdots\left\{\int\limits_{2\varepsilon}^{x_4-\varepsilon} dx_3\left\{\int\limits_{\varepsilon}^{x_3-\varepsilon} dx_2\left\{\int\limits_{0}^{x_2-\varepsilon} dx_1\right\}\right\}\right\}\right\}.$$

Для $k\ne1$ получить замкнутую аналитическую зависимость, подобную формуле (1), не удается. Для этого случая нами найдены частные формулы $P_{n,k}(\varepsilon)$, справедливые при фиксированных целочисленных параметрах n и k для $k\le n\le 14$. Такие формулы были рассчитаны с применением программ, осуществляющих трудоемкие аналитические выкладки для вычисления многомерных интегралов по выпуклым многогранникам в n-мерном пространстве. Кроме того, в [1, 2] в результате анализа программно рассчитанных частных решений получены замкнутые относительно целочисленного параметра n аналитические соотношения, которыми описывается вероятность $P_{n,k}(\varepsilon)$ в отдельных диапазонах изменения непрерывной переменной ε для случая, когда параметр k равен 2. В частности, для четных значений n на участке $1/(n/2)<\varepsilon<1/((n/2)-1)$ нами установлена «подсказанная» компьютером формула

$$P_{n,2}(\varepsilon)=(2/n)C_n^{(n/2)-1}(1-((n/2)-1)\varepsilon)^n. \qquad (2)$$

При $k>1$ решение $P_{n,k}(\varepsilon)$ нельзя представить в таком же компактном виде, как формула (1), поскольку в этом случае оно описывается не одним, а несколькими степенными полиномами от параметра ε, состыкованными в нескольких узловых точках. Выходом из этой ситуации является создание для каждого из диапазонов изменения параметра ε индивидуальной вычислительной схемы, что в большинстве случаев приводит к необходимости решения весьма трудоемких вероятностных подзадач. Усложняет расчеты еще и то обстоятельство, что во всех таких подзадачах (т.е. во всех диапазонах изменения параметра ε) возникают разные модификации обобщенных чисел Каталана, знание явного вида которых требуется при упорядочении взаимозависимых случайных числовых последовательностей.

Для продвижения в решении задачи нами был разработан новый подход к отысканию вероятностных зависимостей $P_{n,k}(\varepsilon)$, использующий исключительно методы комбинаторно-дискретного анализа. Практической реализацией этого подхода являлся расчет приведенных выше непрерывных вероятностных формул (1) и (2) исключительно с помощью средств дискретной математики и перечислительной комбинаторики, не требующих применения аппарата дифференциального и интегрального исчисления.

Доказательства вероятностных формул (1) и (2). Доказательство формулы (1) было проведено по такой схеме. Сначала (на первом этапе) было установлено, что в диапазоне $1/n<\varepsilon<1/(n-1)$ вероятность $P_{n,1}(\varepsilon)$ задается соотношением (1). На втором этапе чисто комбинаторными методами был обоснован индукционный шаг, а именно: из предположения о справедливости формулы (1) в диапазоне $1/(n+J)<\varepsilon<1/(n+J-1)$ (здесь J – некое целое неотрицательное число) была доказана ее справедливость для следующего значения $J=J+1$ (т.е. для диапазона $1/(n+J)<\varepsilon<1/(n+J-1)$. Таким образом, было установлено, что формула (1) справедлива для всех значений $J=\overline{0,\infty}$ и, как следствие этого, что она верна во всем диапазоне $0<\varepsilon<1/(n-1)$.

В отыскании и доказательстве вероятностных аналитических зависимостей важную роль играют созданные нами программы машинной аналитики. В частности, их применение позволило произвести расчет частных формул $P_{n,k}(\varepsilon)$ и установить новые ранее неизвестные зависимости. В частности, недавно нами предложено компактное доказательство аналитической формулы (2), проводимое чисто комбинаторными методами. Эти методы основаны на применения классических чисел Каталана [6] и не требуют использования аппарата дифференциального и интегрального исчисления.

Заключение. Дискретные методы, включая программно-аналитические расчеты, применимы не только при обработке случайных сигналов и изображений, но также в теории надежности, при исследовании распределенных вычислительных систем и систем передачи данных, при изучении многоканальных обслуживающих систем с постоянным временем обслуживания и во многих других научно-технических приложениях. Представленные в настоящем докладе результаты свидетельствуют об эффективности разработанных программно-аналитических и комбинаторно-дискретных методов, что дает основание полагать, что их дальнейшее развитие может привести к новым научным результатам.

Благодарности. Работа выполнена в Институте автоматики и электрометрии СО РАН за счет субсидии на финансовое обеспечение выполнения государственного задания (№ 0319-2016-0008) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-01-00313).

Библиографический список

1. Reznik A.L., Solov’ev A.A. and Torgov A.V. On the Probability of the Formation of Local Groups in Random Point Images // Pattern Recognition and Image Analysis. Advances in Mathematical Theory and Applications. – 2016. – Vol. 26, No. 4. – P. 714–719.

2. Reznik A.L., Tuzikov A.V., Solov’ev A.A., Torgov A.V. Analysis of Random Point Images with the Use of Symbolic Computation Codes and Generalized Catalan Numbers // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2016. – Vol. 52, No. 6. – P. 529–536.

3. Darling D.A. On Class Problems Related to the Random Division of an Interval // Ann. Math. Stat. – 1953. –Vol. 24: p. 239–253.

4. Barton D.E. and David F.N. Combinatorial Extreme Value Distributions // Mathematika. – 1959, no 6: p. 63–76.

5. Parzen E. Modern Probability Theory and Its Applications, John Wiley and Sons, Inc., New York-London, 1960, p.464.

6. Stanley, R.P. (1999) Enumerative Combinatorics. vol. 2, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 62, Cambridge University Press.