

УДК 314.382, 51.77

**Моделирование динамики показателя ожидаемой продолжительности жизни населения Алтайского края методом нечеткой линейной авторегрессии**

***С.В. Варакин<sup>1</sup>, Н.В. Варакина<sup>2</sup>***

*<sup>1</sup>АлтГУ, г. Барнаул, <sup>2</sup>Алтайский филиал РАНХиГС, г. Барнаул*

Математические модели, использующие технику нечетких множеств и нечеткой логики, применяются все шире в последние десятилетия. Начало этим исследованиям положила краеугольная работа Л. Заде [1]. Авторы ранее уже использовали технику нечетких чисел в гуманитарных исследованиях [3]. В данной работе продолжается использование техники нечетких чисел для моделирования социально-демографических процессов в Алтайском крае. Для построения математической модели динамики изменения ожидаемой продолжительности жизни при рождении в Алтайском крае предлагается использовать аппарат нечеткой линейной авторегрессии.

Модель стандартной линейной авторегрессии порядка  $r$  временного ряда  $\{x_i\}_{i=1,\dots,n}$  имеет вид

$$x_i = k_1 x_{i-1} + k_2 x_{i-2} + \dots + k_r x_{i-r} + b + e_i, \quad (1)$$

где  $e_i$  – случайная величина с нулевым математическим ожиданием [2]. В данной работе для построения модели временного ряда предлагается использовать зависимость вида

$$x_i = k_1 x_{i-1} + k_2 x_{i-2} + \dots + k_r x_{i-r} + b, \quad (2)$$

где все значения временного ряда  $x_i$  являются обычными числами, но считаются дефазификациями соответствующих нечетких треугольных чисел  $A_i$ , все коэффициенты являются обычными числами, а свободный член  $b$  является треугольным числом вида  $(b-\Delta, b, b+\Delta)$ . Коэффициенты регрессии  $k_j$ ,  $b$  и параметр степени нечеткости  $\Delta$  находится из условия наибольшей правдоподобности, т.е. решается задача  $\Delta \rightarrow \min$  при дополнительных условиях  $|x_i - k_1 x_{i-1} - k_2 x_{i-2} - \dots - k_r x_{i-r} - b| \leq \Delta$ ,  $i = r + 1, \dots, n$ . Эта задача сводится к задаче линейного программирования, которая решается симплекс-методом. В данной работе определяются параметры нечеткой линейной авторегрессии порядка 5 для временного ряда изменения показателя ожидаемой продолжительности жизни населения Алтайского края при рождении за период 2005–2016 гг. Сведения взяты из базы данных Алтайского краевого статистического управления. Данные представлены в следующих таблицах

Таблица 1 – Ожидаемая продолжительность жизни мужчины при рождении

Год				2005	2006	2007	2008
Ожидаемая продолжительность жизни мужчины, лет				58.26	60.33	60.90	61.32
2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
62.52	62.69	63.29	63.49	64.11	64.33	64.97	65.12

Таблица 2 – Ожидаемая продолжительность жизни женщины при рождении

Год				2005	2006	2007	2008
Ожидаемая продолжительность жизни женщины, лет				71.73	73.16	73.60	73.72
2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
74.37	74.17	74.72	74.79	75.44	75.72	75.84	76.34

Определение параметров нечеткой линейной авторегрессии с помощью симплекс-метода дает следующие значения:

Для моделирования ожидаемой продолжительности мужчин  $k_1 = 0.44$ ,  $k_2 = 0.78$ ,  $k_3 = -0.25$ ,  $k_4 = 0.23$ ,  $k_5 = -0.16$ ,  $b = -1.9$ ,  $\Delta = 0.049$ ;

Для моделирования ожидаемой продолжительности женщин –  $k_1 = 0.19$ ,  $k_2 = 0.51$ ,  $k_3 = -0.13$ ,  $k_4 = 0.087$ ,  $k_5 = 0.33$ ,  $b = 2.6$ ,  $\Delta = 0.12$ ;

Найденные параметры авторегрессии используются для построения шести прогнозных значений с 2017 по 2022 гг. Построим графики исходных и прогнозных значений на следующих рисунках:

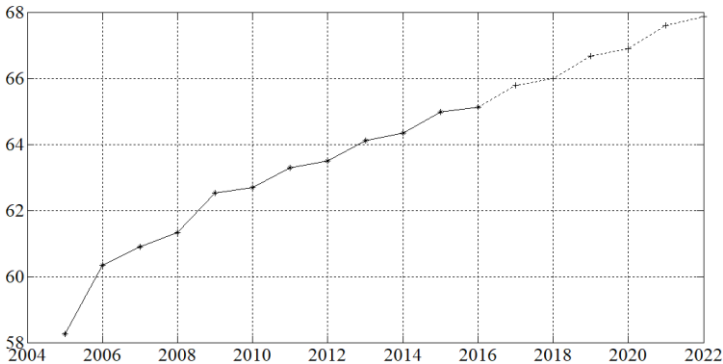


Рисунок 1 – Динамика ожидаемой продолжительности жизни мужчин при рождении

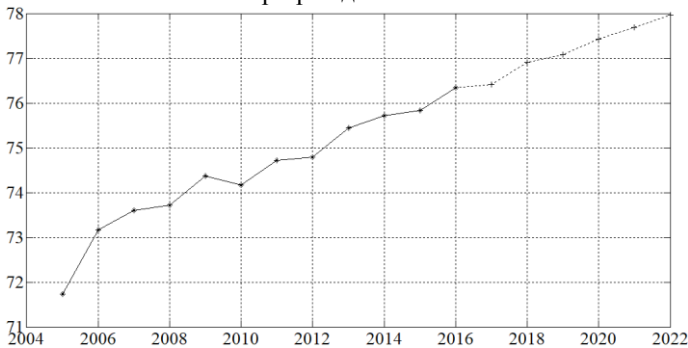


Рисунок 2 – Динамика ожидаемой продолжительности жизни женщин при рождении

Построенные графики наглядно показывают рост ожидаемой продолжительности жизни в Алтайском крае, что подтверждает потенциал использования нечеткой линейной авторегрессии и возможность ее использования в математическом моделировании социально-демографических процессов. Все вычисления проведены в системе MatLab.

*Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, проект №16-06-00350 «Прогностический потенциал теории нечетких временных рядов в построении модели демографического поведения населения».*

#### **Библиографический список**

1. Zadeh L.A., Fuzzy sets // Information and Computation. – 1965. – Vol. 8. – P. 338–353.

2. Gebhard Kirchgässner, Jürgen Wolters, Introduction to Modern Time Series Analysis // Springer. – Berlin, 2007. – 274 p.

3. Вараксин С.В., Вараксина Н.В. Моделирование демографических показателей Алтайского края методом нечеткой линейной регрессии // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике «МАК-2017», Барнаул, 29 июня – 2 июля 2017 г. : / АлтГУ [и др.] ; [гл. ред. Н. М. Оскорбин]. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2017.

## УДК 51-74

### Анализ предположений о стационарности некоторых временных рядов

*М.С. Вершинина*

*ЦУКС ГУ МЧС России по ХМАО-Югре, г. Ханты-Мансийск*

Временные ряды описывают чрезвычайно широкий круг явлений, например, метеорологические условия, характеристики состояния здоровья человека или макроэкономические показатели. Все статистические данные подобного рода изменяются во времени.

Типичные физические эксперименты являются стационарными рядами, их вероятностные свойства (функции математического ожидания и дисперсии) с течением времени остаются постоянными. Что касается финансовых временных рядов, то они являются варьирующими, нестационарными, их характеристики меняются во времени. В общем случае значения функций математического ожидания, дисперсии и корреляции могут быть зависимыми от момента времени  $t$ . Как правило, выделяются различные группы рядов по особенностям их нестационарности. Использование в регрессионной модели нестационарных временных рядов может привести к фиктивным результатам.

Для определения класса временного ряда существуют различные методы тестирования стационарности. Однако все тесты обладают некоторыми недостатками или ограничениями, ни один из них не является однозначным и самодостаточным. Принято использовать последовательно несколько тестов для достоверности результатов при анализе рядов на принадлежность их к классу стационарных или нестационарных. Обычно предлагаются подходы

- **визуальной оценки стационарности:** если имеется массив конкретных данных, но нет модели временных рядов, нужно построить и осмотреть график временного ряда. В предположении, что график исходного массива данных выглядит стационарным, проверить коррело-