УДК 512.54.01

L_n-классы, порожденные почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп

В.В. Лодейщикова
АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для произвольного класса групп M обозначим через L(M) класс всех групп G, в которых нормальное замыкание любого элемента из G принадлежит M. Класс L(M) групп называется классом Леви, порожденным M.

Пусть $L_1(M)=L(M)$. Для $n \geq 2$ определим L_n-класс, порожденный M, следующим образом: класс $L_n(M)$ состоит из всех групп G, в которых все n-порожденные (как нормальные) подгруппы содержатся в M. Введем некоторые обозначения:
qK – квазимногообразие, порожденное классом групп K (если K={G}, то пишем qG),
$F_n(M)$ – свободная группа ранга n в квазимногообразии M,
N_c – многообразие нильпотентных групп ступени не выше c,
$N_{c,\infty}$ – многообразие нильпотентных групп ступени не выше c без кручения,
R_p (p– простое число) – многообразие групп, заданное в N_2 тождеством

$$(\forall x)\left(x^p=1\right),$$

R_{p^∞} (p – простое число) – многообразие групп, заданное в N_2 тождеством

$$(\forall x)(\forall y)\left([x,y]^p=1\right),$$

R_{p^k} (p – простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$) – многообразие групп, заданное в N_2 тождествами

$$(\forall x)\left(x^{p^k}=1\right),(\forall x)(\forall y)\left([x,y]^p=1\right).$$

Набор $qF_2\left(R_{p^k}\right)$ (исключая $qF_2\left(R_{2^1}\right)$), $qF_2\left(R_{p^\infty}\right)$, $qF_2\left(N_{2,\infty}\right)$, $qF_2\left(R_p\right)$ (p – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т. е. неабелевых квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы).

В работе [1] было указано, что для $n \geq 2$ класс $L_n\left(qF_2\left(R_{p^k}\right)\right)$ (p – простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$) содержится в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2.

Теорема. Пусть N – одно из квазимногообразий: R_p, R_{p^∞}, R_{p^k} (p – нечетное простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$), R_{2^2}. Тогда:

1) если $p \neq 3$, то для $n \geq 2$ $L_n\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_2$;

2) если $p = 3$, то $L_2\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_3$ и для $n \geq 3$ $L_n\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_2$.

Библиографический список

1. Lodeishchikova V.V. On the class of nilpotency of L_n-classes generated by the almost abelian quasivariety of nilpotent groups // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е.Д. Родионов. – Электрон. текст. дан. – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. – С. 388–389.

УДК 514.112.3

Некоторые свойства треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию

Ю.Н. Мальцев[1], А.С. Монастырева[2]
[1]АлтГПУ, г. Барнаул; [2]АлтГУ, г. Барнаул

Пусть a, b, c – длины сторон BC, AC, AB и p, R, r – полупериметр, радиусы описанной и вписанной окружностей треугольника ABC. В работе [1] исследуются свойства треугольника, квадраты длин которого образуют арифметическую прогрессию. При этом проводятся различные описания таких треугольников, связанные с расположением его замечательных точек. Естественно, рассмотреть вопрос о характеризации треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию. В настоящей работе доказаны следующие результаты:

1. Следующие условия на треугольник ABC эквивалентны: