квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы).

В работе [1] было указано, что для $n \geq 2$ класс $L_n\left(qF_2\left(R_{p^k}\right)\right)$ (p – простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$) содержится в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2.

Теорема. Пусть N – одно из квазимногообразий: R_p, R_{p^∞}, R_{p^k} (p – нечетное простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$), R_{2^2}. Тогда:

1) если $p \neq 3$, то для $n \geq 2$ $L_n\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_2$;

2) если $p = 3$, то $L_2\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_3$ и для $n \geq 3$ $L_n\left(qF_2\left(N\right)\right) \subseteq N_2$.

Библиографический список

1. Lodeishchikova V.V. On the class of nilpotency of L_n-classes generated by the almost abelian quasivariety of nilpotent groups // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е.Д. Родионов. – Электрон. текст. дан. – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. – С. 388–389.

УДК 514.112.3

Некоторые свойства треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию

***Ю.Н. Мальцев*[1], *А.С. Монастырева*[2]**

[1]АлтГПУ, г. Барнаул; [2]АлтГУ, г. Барнаул

Пусть *a*, *b*, *c* – длины сторон BC, AC, AB и *p*, *R*, *r* – полупериметр, радиусы описанной и вписанной окружностей треугольника ABC. В работе [1] исследуются свойства треугольника, квадраты длин которого образуют арифметическую прогрессию. При этом проводятся различные описания таких треугольников, связанные с расположением его замечательных точек. Естественно, рассмотреть вопрос о характеризации треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию. В настоящей работе доказаны следующие результаты:

1. Следующие условия на треугольник ABC эквивалентны:

(а) $a = \dfrac{b+c}{2}$;

(б) $p^2 = 19Rr - 9r^2$;

(в) длины сторон треугольника равны:

$\dfrac{2p}{3} - \sqrt{2r(\mathrm{R} - 2\mathrm{r})}, \dfrac{2p}{3}, \dfrac{2p}{3} + \sqrt{2r(\mathrm{R} - 2\mathrm{r})}.$

При этом при выполнении условия (а) $\angle BAC \le \pi/3$.

2. Пусть R, r –произвольные положительные числа, такие, что $R \ge 2r$ и $p = \sqrt{19Rr - 9r^2}$. Тогда существует единственный треугольник, для которого p, R, r – полупериметр, радиусы описанной и вписанной окружностей.

3. Пусть в треугольнике ABC один из углов равен $\pi/2$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами 3, 4, 5.

4. Пусть в треугольнике один из углов равен $\pi/3$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами 3, 5, 7.

5. Пусть в треугольнике один из углов равен $\pi/6$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами

$$(2 + \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{3} + 1}, 2 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3} - \sqrt{\sqrt{3} + 1}),$$

либо треугольнику со сторонами $(5 - 2\sqrt{3}, 3, 4 - \sqrt{3})$.

6. Пусть $K(\varphi)$ – класс всех треугольников, имеющих фиксированный угол φ ($0<\varphi<\pi$) и одна из сторон которых является полусуммой других сторон. Тогда класс $K(\varphi)$ состоит не более, чем из двух подклассов подобных между собой треугольников.

Библиографический список

1. Bataille M. On the centers of roots-mean-square triangles // Crux Mathematicorum. – 2018. – V. 44(2). – P. 63–68.