Несмотря на достигнутый в настоящее время прогресс, следует отметить, что ранее были получены реологические модели в предположении, что все макромолекулы в рассматриваемом объеме имеют одинаковую длину, то есть это были модели монодисперсных полимеров. Вместе с тем полимеры, с которыми приходиться иметь дело на производстве, часто характеризуются существенной полидисперсностью и поэтому необходима модернизация используемых ранее подходов на случай учета полидисперсности.

Библиографический список

1. Мерзликина Д.А., Филип П., Пивоконский Р., Пышнограй Г.В. Многомодовая реологическая модель и следствия для простого сдвига и растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. 2013. Т. 19. № 2. С. 254–261.

2. Пышнограй Г.В., Третьяков И.В., Алтухов Ю.А. Математическое моделирование процесса формирования полимерных пленок в условиях двухосного растяжения с учетом теплоппереноса // Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. № 2 (312). С. 84–90.

3. Мерзликина Д.А., Пышнограй Г.В., Пивоконский Р., Филип П. Реологическая модель для описания вискозиметрических течений расплавов разветвленных полимеров // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 3. С. 643–651.

УДК 532.5+519.6

Моделирование конвективных течений с учетом тепло- и массопереноса на границах раздела в областях различной геометрии

Е.В. Резанова

АлтГУ, г. Барнаул

Конвективные течения жидкостей играют значительную роль как в природных, так и технологических процессах. Многие из них достаточно сложны для изучения в связи с наличием осложняющих факторов, таких, например, как наличие тепло- и массопереноса через границы раздела [1-3]. Эти процессы могут учитываться при изучении конвективных течений как по отдельности, так и совместно.

Исследуются двухслойные течения в системе "жидкость-газ" в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми стенками сопровождающиеся испарением/конденсацией на термокапиллярной границе раздела. При моделировании течения в верхнем газопаровом слое учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности [2].

В качестве математической модели исследуемого процесса используется приближение Буссинеска уравнений Навье-Стокса. Точные решения системы уравнений характеризуются зависимостями искомых функций от продольной и поперечной координат следующего вида [4]:

$$u_i = u_i(y), \quad v_i = 0, \quad T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + \vartheta_i(y), \quad C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y).$$

Здесь u_i, v_i – продольная и поперечная скорости, T_i – температура, C – концентрация пара в газе в верхнем слое системы, a_j^i, b_i – некоторые постоянные, ϑ_i и ϕ являются полиномами седьмой степени. Функции и параметры с индексом $i = 1$ определяют течение жидкости, индекс $i = 2$ используется для описания газопарового слоя.

На термокапиллярной границе раздела, задаваемой уравнением $y = 0$, полагаются выполненными кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры, условие переноса тепла с учетом эффекта Дюфура, условие баланса масс с учетом эффекта Соре. Концентрация насыщенного пара определяется с помощью следствия уравнений Менделеева-Клапейрона и Клапейрона-Клаузиуса, используемого здесь в линеаризованном виде [2, 3]. На твердых верхней и нижней стенках канала выполняются условия прилипания для продольной скорости, температура распределена линейно относительно продольной координаты. Концентрация пара на верхней границе системы удовлетворяет либо условию полного поглощения пара, либо условию отсутствия потока пара. Для замыкания постановки задачи расход газа в верхнем слое системы полагается заданным.

Приведенные граничные условия задачи позволяют определить функции продольной скорости и температуры и концентрации пара, также значение массы, испаряющейся с границы раздела жидкости. На основе построенных точных решений были исследованы особенности двухслойных течений, проведена их классификация, получено условие возникновения возвратных течений вблизи границы раздела.

Тип условия для концентрации пара на верхней стенке канала влияет на схему определения неизвестных констант интегрирования и зависимостей между параметрами, определяющими вид точного решения. В случае, когда на верхней границе системы выполнено условие нулевой концентрации пара, масса испаряющейся жидкости M зависит от величины продольного градиента температуры на границе раздела A квадратичным образом:

$$M = k_1 A^2 + k_2 A + k_0.$$

Коэффициенты k_i представляют собой некоторые постоянные и зависят от физико-химических параметров системы.

При использовании условия отсутствия потока пара интенсивность испарения жидкости зависит от продольных градиентов температуры на границе раздела A и на нижней стенке канала A_1 следующим образом:

$$M = f_1^2 A^2 + f_2^2 A A_1 + f_3^2 A_1^2 + f_2^1 A + f_1^1 A_1 + f_0^0 .$$

Здесь коэффициенты f_i^j также зависят от физико-химических параметров системы.

На основе полученных зависимостей проведено сравнение аналитических расчетов течения жидкости с учетом испарения с результатами экспериментов [2], получены как качественные, так и количественные совпадения.

Ряд работ посвящен изучению течений жидкостей с учетом испарения в приближении тонкого слоя [5-7]. Исследуется процесс стекания тонкого слоя вязкой несжимаемой жидкости по наклонной неравномерно нагретой подложке. В качестве математических моделей могут быть использованы либо уравнения Навье-Стокса и переноса тепла, либо система уравнений Обербека-Буссинеска (последняя учитывает действие сил плавучести) [6, 7]. На границе раздела кинематическое, динамическое и энергетическое условия записываются с учетом ненулевого потока пара. При этом в энергетическом условии помимо эффектов, принимаемых во внимание в классической постановке, учитываются также затраты энергии для преодоления деформации поверхности термокапиллярными силами вдоль поверхности и совершаемая при испарении работа вследствие изменения удельного объема [8, 9]. Величина локального потока массы пара на границе раздела определяется с помощью уравнения Герца-Кнудсена [5]. Принимается, что на твердой границе $z = 0$ выполнено условие прилипания, и она подвергается неоднородному нагреву.

Длинноволновое приближение заключается в том, что все искомые функции находятся в виде разложения по степеням малого параметра эпсилон. В ходе дополнительного анализа безразмерных коэффициентов были получены постановки задач для главных и первых членов разложений всех искомых функций по степеням малого параметра задачи, являющегося отношением поперечной характерной длины к продольной.

Для определения положения границы раздела имеет место эволюционное уравнение, являющееся следствием кинематического условия. Численно исследуется задача о периодическом стекании жидкого слоя. Для численного решения эволюционного уравнения применяется неявная конечно-разностная схема, реализуемая методом пятиточечной прогонки и прогонки с параметром [7]. В роли параметра выступает неизвестное значение толщины жидкого слоя на концах расчетной области. Используются конечно-разностные аналоги второго порядка аппроксимации для производных по продольной координате.

В рамках исследуемой задачи проведено сравнение используемых для расчетов математических моделей, изучено влияние дополнительных слагаемых в энергетическом условии и физических параметров системы на характер течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-00291).

Библиографический список

1. Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Ученые записки Пермского госуниверситета, серия Гидродинамика: Сб. науч. тр. - 1972. - № 4. - С. 129–140.

2. Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Люлин Ю.В., Кабов О.А. Изучение конвективных течений жидкости и спутного потока газа с учетом испарения // ТВТ. - 2017. - Т. 55, № 6. - С. 720–732.

3. Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Шефер И.А. Устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением на границе раздела // Известия РАН. МЖГ. – 2017. – № 2. – С. 23–35.

4. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // Прикладная механика и техническая физика. – 1966. – № 3. – С. 69–72.

5. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. Long-wave instabilities of non-uniformly heated falling films // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol. 453. – P. 153–175.

6. Goncharova O.N., Rezanova E.V. Mathematical modelling of the evaporating liquid films on the basis of the generalized interface conditions // MATEC Web of Conferences. - 2016. - № 84. P. 00013.

7. Rezanova E.V. The liquid film flow with evaporation: numerical modelling // MATEC Web of Conferences. - 2016. - № 72. P. 01095

8. Кузнецов В.В. Тепломассообмен на поверхности раздела жидкость-пар // Известия РАН. МЖГ. - 2011. - № 5. - С. 97–107.

9. Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе раздела // Известия АлтГУ. – 2012. – №73 (1/2). – С. 12–18.