

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**А.А. Папин**

**КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ  
ФИЛЬТРАЦИИ**

*Монография*



Барнаул

---

Издательство Алтайского  
государственного университета  
2009

**УДК 517.946**  
**ББК 22.161.6я73**  
**П 173**

**Рецензенты:**

доктор физико-математических наук, профессор  
**Г.В. Пышнограй**;  
доктор физико-математических наук, профессор  
**Е.Д. Родионов**

**П 173 Папин, А.А.**

Краевые задачи двухфазной фильтрации : моно-  
графия / А.А. Папин. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та,  
2009. – 220 с.  
ISBN 978-5-7904-0754-3

Монография посвящена математическим вопросам движений двухфазных сред. Рассматривается модель фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде (модель Маскета-Левретта) и ее обобщения. Исследуются вопросы разрешимости начально-краевых задач для указанных систем уравнений и изучаются качественные свойства их решений.

Книга будет полезной для студентов, аспирантов и специалистов, интересующихся теорией нелинейных дифференциальных уравнений и их приложениями в механике сплошной среды.

**УДК 517.946**  
**ББК 22.161.6я73**

ISBN 978-5-7904-0754-3

© Папин А.А., 2009  
© Оформление. Издательство  
Алтайского государственного  
университета, 2009

# Оглавление

Предисловие .....	3
Глава 1. Вспомогательные сведения.....	5
1.1. Уравнения механики сплошных гетерогенных сред .....	5
1.2. Функциональные пространства .....	19
1.3. Специальные неравенства и теоремы вложения .....	23
Глава 2. Глобальная разрешимость пространственных регулярных задач изотермической двухфазной фильтрации, обоснование приближенных методов решения регулярных и вырождающихся задач .....	29
2.1. Постановка задачи и основные результаты .....	29
2.2. Свойства “приведенного” давления .....	44
2.3. Оценка решений регулярной задачи в $W_2^{2,1}(Q_T)$ .....	51
2.4. Классическая разрешимость пространственных регулярных задач .....	53
2.5. Приближенные методы решения регулярных задач двухфазной фильтрации .....	58
2.6. Вырождающаяся задача. Устойчивость, единственность, обоснование приближенного метода .....	66
Глава 3. Разрешимость модельной задачи тепломассопереноса в тающем снеге .....	75
3.1. Постановка задачи и основные результаты .....	75
3.2. Автомодельное решение задачи тепломассопереноса в тающем снеге .....	81
3.3. Перенос динамически нейтральной примеси в тающем снеге .....	91
Глава 4. Разрешимость “в малом” краевых задач для одномерных уравнений неизоэтермического движения двухфазной смеси несжимаемых жидкостей .....	94
4.1. Постановка задачи и основные результаты .....	94
4.2. Вспомогательные уравнения .....	99
4.3. Разрешимость “в малом” по времени .....	103
4.4. Доказательство теоремы единственности обобщенного решения .....	117
4.5. Разрешимость “в малом” по начальным данным .....	122
4.6. Пример глобальной разрешимости .....	140
4.7. О задаче Коши для одномерных уравнений движения двухфазной смеси идеальных несжимаемых жидкостей ..	148
Глава 5. Существование решения “в целом” уравнений одномерного неизоэтермического движения двухфазной смеси .....	150

5.1. Постановка задачи и основные результаты .....	150
5.2. Локальная разрешимость вспомогательной задачи .....	155
5.3. Априорные оценки первых производных решений вспомогательной задачи. Оценки сверху и снизу для концентрации и температуры .....	157
5.4. Априорные оценки старших производных решений вспомогательной задачи. Разрешимость "в целом" .....	174
5.5. Компактность решений вспомогательной задачи .....	187
5.6. Предельный переход. Завершение доказательства теоремы существования .....	191
Библиографический список .....	194

Научное издание

**Папин Александр Алексеевич**

**КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

***Монография***

Редактор: Е.М. Федяева

Подготовка оригинал-макета:  
А.А. Папин

Подписано в печать 20.05.2009. Формат 60x90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Усл.печ.л.12,8.

Тираж 100 экз. Заказ 204.

Издательство Алтайского государственного университета

Типография Алтайского государственного университета:  
656049, Барнаул, ул. Димитрова, 66